

# 1 - Notions de physique acoustique

## M. Boynard

### 1. INTRODUCTION

Les ondes acoustiques sont des ondes élastiques que l'on classe selon leur fréquence  $F$  en :

- infra-sons  $F < 20 \text{ Hz}$
- sons audibles  $20 \text{ Hz} < F < 20 \text{ kHz}$
- ultra-sons  $20 \text{ kHz} < F < 200 \text{ MHz}$
- hyper-sons  $F > 200 \text{ MHz}$

Ces limites sont évidemment approximatives. On sait générer des hypersons dont la fréquence dépasse plusieurs Gigahertz.

Rappelons que la fréquence s'exprime en Hertz ( $1 \text{ Hz} = 1 \text{ cycle par seconde}$ ) et que l'on utilise en pratique les multiples suivants :

- 1 kHz (1 kilo Hz) =  $10^3 \text{ Hz}$
- 1 MHz (1 Méga Hz) =  $10^6 \text{ Hz}$
- 1 GHz (1Giga Hz) =  $10^9 \text{ Hz}$

L'inverse de la fréquence est la période  $T$  ( $T = 1/F$ ). C'est le temps, en secondes, qui sépare les deux instants les plus rapprochés où l'onde a les mêmes caractéristiques.

A l'exception de leur fréquence plus élevée, aucune différence n'existe entre les ondes ultrasonores et les ondes sonores. Il s'agit d'ondes élastiques ne pouvant se propager que dans un milieu matériel, à l'opposé des ondes électromagnétiques (R.X., lumière, ondes radar, radio etc...) qui peuvent se propager dans le vide.

### 2. DESCRIPTION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE

Soit un long tuyau rempli d'air, à la pression  $P_0$ , terminé à une extrémité par un piston mobile situé en  $x = 0$  (fig. 1). Plaçons une jauge de pression en  $x = l$  et suivons, dans le temps et dans l'espace, les phénomènes qui se produisent.

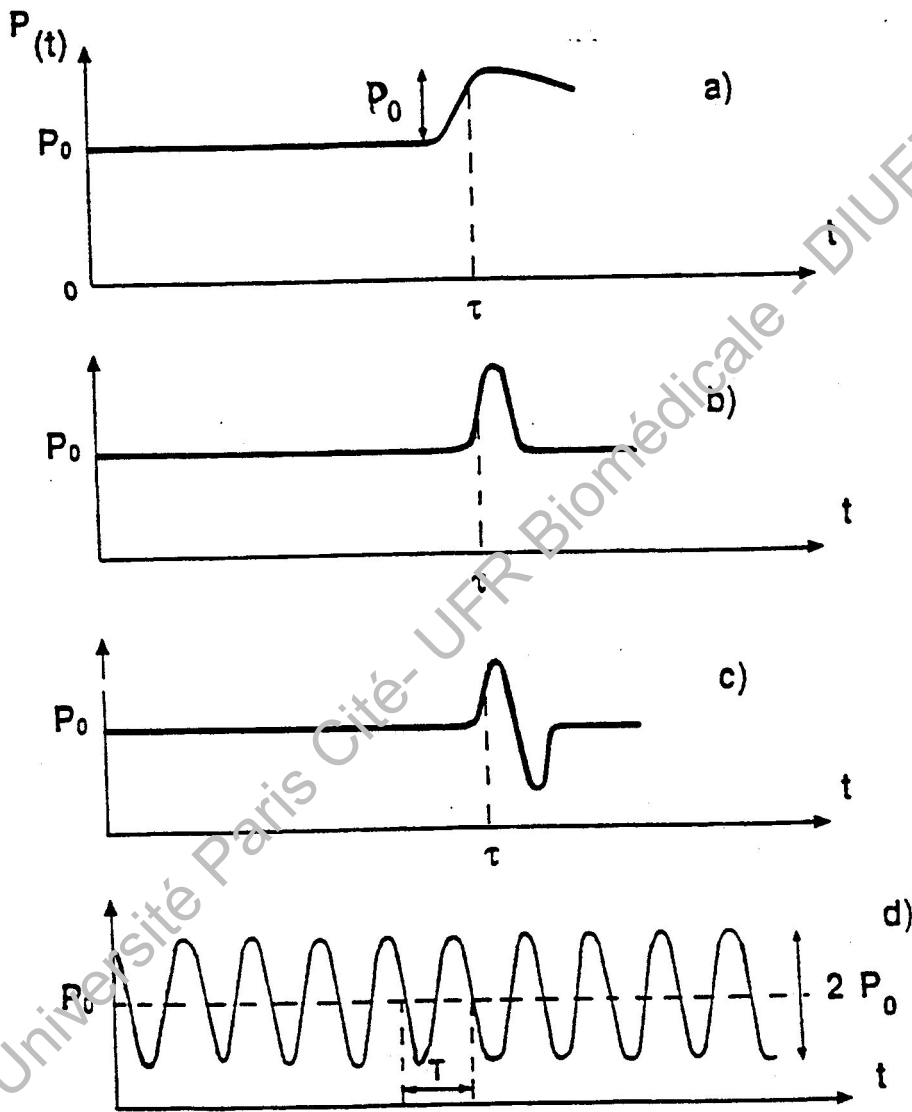
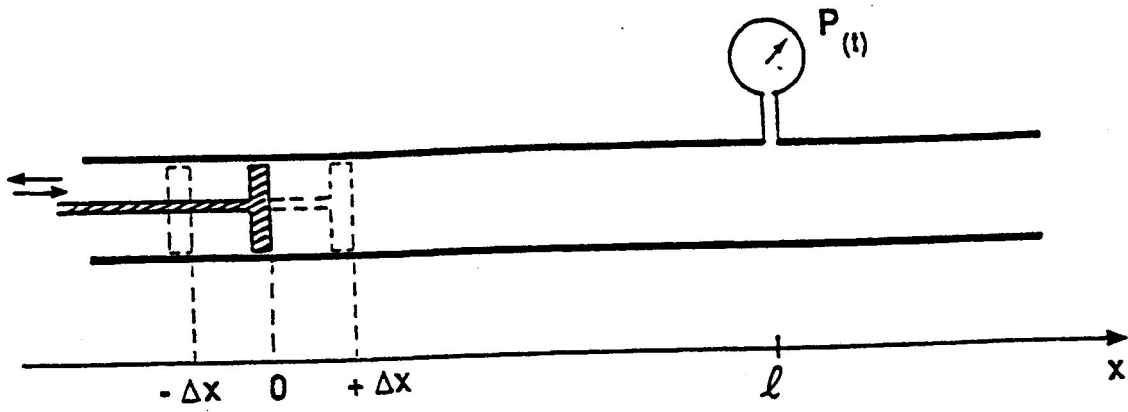
1. Variation de la pression en fonction du temps au niveau du manomètre

a. On déplace instantanément le piston d'une distance  $+ \Delta x$  vers la droite : la jauge indique une augmentation de pression  $p_0$  qui apparaît brusquement après un certain retard  $\tau$  par rapport au déplacement du piston, puis disparaît plus ou moins complètement et lentement (selon les caractéristiques géométriques du tuyau) (figure 1a).

b. On déplace très rapidement le piston selon le trajet  $0 \text{ } \emptyset \text{ } + \Delta x \text{ } \emptyset \text{ } 0$  (vers la droite puis retourne en arrière) : la jauge indique une surpression transitoire qui apparaît toujours avec le retard  $\tau$  (figure 1b). Si le piston effectue très rapidement le trajet  $0 \text{ } \emptyset \text{ } + \Delta x \text{ } \emptyset \text{ } 0 \text{ } \emptyset \text{ } - \Delta x \text{ } \emptyset \text{ } 0$ , la jauge indique une surpression suivie d'une dépression transitoire (figure 1c).

Ces variations de pression rapides et limitées dans le temps sont appelées aussi impulsions de pression. Elles sont à la base de l'échographie ultrasonore.

FIGURE 1



Université Paris Cité - UFR Biomédicale - DIUETUS et DIUEA

Le retard  $\tau$  qui s'écoule entre le déplacement du piston et la modification de pression en  $x = l$  est proportionnel à l'abscisse de la jauge et est lié à la vitesse de propagation de la déformation de l'air (ou célérité,  $c$ ) par la relation :

$$c = l / \tau$$

c. Le piston est animé d'un mouvement sinusoïdal  $x = \Delta x_0 \sin \omega t$  : la jauge montre (figure 1d) que la pression varie en fonction du temps selon la loi sinusoïdale suivante :

$$P(t) = P_0 + p_0 \sin (\omega t + \phi) \quad (1)$$

où  $\omega = 2 \pi F = 2\pi/T$  est la pulsation, reliée à  $F$  et à  $T$ .

$P(t)$  s'appelle l'amplitude de pression de l'onde.  $P_0$  désigne l'amplitude de la pression du milieu au repos.  $\phi$  est le déphasage temporel de l'onde par rapport au déplacement du piston. Il dépend de  $x$ . La durée qui sépare deux maxima est la période.

## 2. Variation de pression dans le tube à un instant donné

a. On déplace rapidement le piston selon le trajet  $0 \leq \Delta x \leq 0$  : la déformation du milieu, créée à proximité du piston, se propage dans le tube. La figure 2 représente le profil de pression le long du tube à différents instants  $t_1, t_2, t_3$  et  $t_4$  après le déplacement du piston. Si par exemple l'instant  $t_3$  est égal à  $\tau$ , l'impulsion de pression arrive à cet instant au niveau de la jauge située en  $l$ . L'impulsion se propage le long du tube à la vitesse  $c$ .

Dans cet exemple particulier, la forme de l'impulsion n'est pas modifiée le long de son trajet. On dit alors qu'elle se propage sans affaiblissement.

b. Le mouvement du piston est sinusoïdal : la variation de pression le long du tube,  $P(x)$ , est également sinusoïdale. La figure 3a représente l'équivalent d'une "photographie instantanée" de la pression à un instant  $t_1$ . La distance  $\lambda$  qui sépare deux maxima s'appelle la longueur d'onde.

Des "instantanés" pris aux temps  $t_1 + \Delta t$  (figure 3b) et  $t_1 + 2\Delta t$  (figure 3c) indiquent que l'onde progresse vers la droite avec une certaine vitesse. Le temps nécessaire pour qu'un ébranlement d'amplitude donnée, par exemple celui représenté par le point A de la courbe  $P(x)$ , se déplace de la longueur  $\lambda$  est  $T$ . On en déduit la relation fondamentale suivante :

$$\lambda = cT = c/F \quad (2)$$

La fonction  $P(x)$  s'écrit :

$$P(x) = P_0 + p_0 \sin (kx + \psi) \quad (3)$$

où  $k = 2\pi/\lambda$  s'appelle le vecteur d'onde et  $\psi$  est le déphasage spatial qui dépend du temps d'observation.

## 3. Variation de la pression à la fois dans l'espace et dans le temps

Les relations (1) et (3) peuvent être combinées et mises sous la forme :

$$p(x,t) = p_0 \sin (\omega t - kx) \quad (4)$$

où  $p = P - P_0$  s'appelle la pression acoustique. Dans cette relation,  $-kx$  représente le déphasage temporel  $\phi$  de la relation (1) et  $\omega t$  le déphasage spatial  $\psi$  de la relation (3). Dans l'argument du sinus,  $\omega t$  représente la vibration temporelle des particules de part et d'autre de leurs positions d'équilibre et  $-kx$  est le terme de propagation des vibrations dans l'espace.

### Remarques

**a)** La relation (4) est l'équation représentative d'une onde dite progressive et plane. Dans l'exemple qui a été choisi, il s'agissait d'une onde plane parce que la pression est supposée être la même sur toute la surface du piston, c'est à dire, en tout point d'un plan d'onde perpendiculaire à la direction de propagation.

**b)** L'onde acoustique est une onde longitudinale. Cela signifie que les mouvements des particules élémentaires du milieu ont lieu le long de la direction de propagation. Un exemple macroscopique d'une telle onde serait la propagation d'une déformation longitudinale d'un ressort à boudin dont on pince quelques spires. Il existe également des ondes transversales pour lesquelles le mouvement

des particules élémentaires se fait perpendiculairement à la direction de propagation. Les cordes vibrantes représentent un exemple macroscopique de telles ondes.

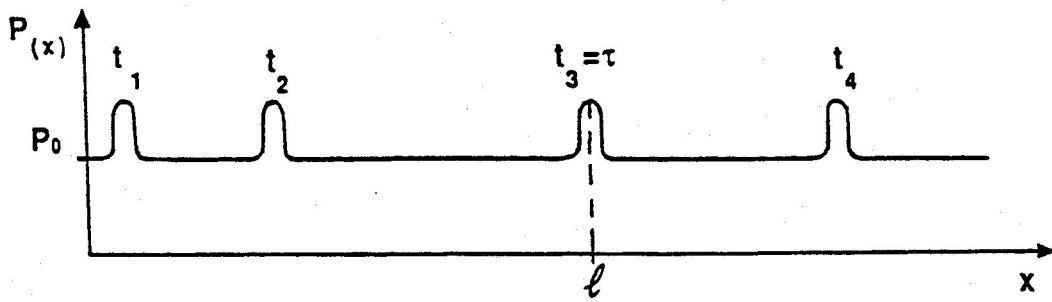


Figure 2

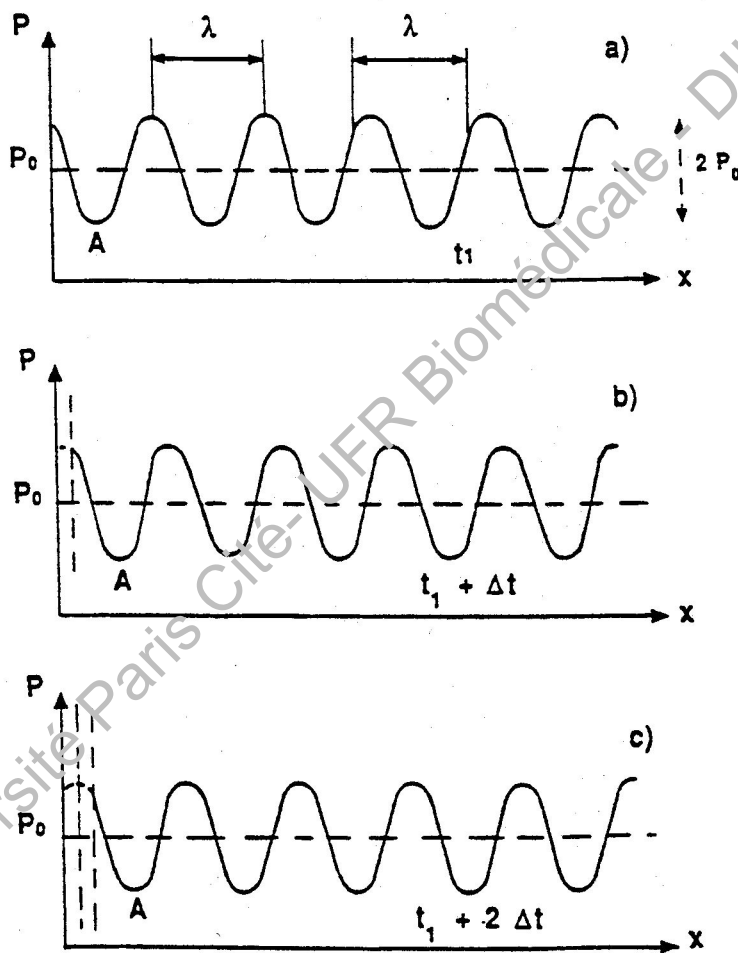


FIGURE 3

Les ondes transversales ne peuvent se propager que dans les milieux solides. Elles sont très rapidement atténuées et ne sont pas transmises par les fluides et les tissus biologiques (à l'exception du squelette).

c) Dans l'exemple choisi, le fluide élastique est un gaz. Les mêmes phénomènes seraient observés avec un liquide ou avec un solide. La différence principale entre ces expériences serait la valeur de la célérité de l'onde qui dépend de la nature du milieu de propagation. La fréquence est imposée par les mouvements du piston et ne dépend pas de la nature du milieu. A fréquence donnée, la longueur d'onde est d'autant plus grande que la célérité est plus grande.

Exemple : la célérité du son dans l'air est environ 330 m/s et dans l'eau environ 1500 m/s. Pour une onde de 1 MHz, il en résulte que  $\lambda$  est de 0,33 mm dans l'air et de 1,5 mm dans l'eau.

### 3. NATURE DES ONDES ACOUSTIQUES

Examinons un petit élément de volume,  $V$ , d'un milieu gazeux où se propage une onde de pression. Si à un moment donné la pression dans  $V$  augmente, cela signifie que le nombre,  $N$ , de molécules gazeuses contenues dans le volume a augmenté. En effet, la relation entre  $P$  et  $N$  est donnée par la loi des gaz parfaits bien connue :  $P_1 V_1 = P_2 V_2 = \dots = \text{constante} = n RT$  ( $n = N/N$  est le nombre de moles contenues dans le volume et  $N$  est le nombre d'Avogadro). Autrement dit, écrire que  $P$  augmente ou diminue dans  $V$  signifie que le gaz s'y condense ou s'y raréfie. Les molécules gazeuses se déplacent donc dans le milieu gazeux. Mais les mouvements se font toujours de part et d'autre d'une position moyenne et il n'y a pas d'entraînement net de la matière dans la direction de propagation. Seule la déformation et l'énergie se propagent.

Reprenons l'expérience décrite sur la figure 1a. Lorsque le piston se déplace de  $+\Delta x$ , il entraîne avec lui les molécules gazeuses voisines qui subissent donc un déplacement,  $a$ , sensiblement égal à  $\Delta x$ . La pression dans un volume élémentaire voisin du piston augmente, puisque des molécules supplémentaires y apparaissent. Mais cette augmentation est passagère. En effet, les molécules de ce volume auront tendance à se déplacer vers l'élément de volume voisin où la pression n'a pas été modifiée ; de plus, si le piston reprend sa position initiale, le gaz se raréfie à son contact de sorte que les molécules initialement déplacées de  $+a$ , subiront un déplacement  $-a$ . Pour un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $\Delta x_0$ , les molécules gazeuses présenteront un déplacement sinusoïdal d'amplitude  $a_0 = \Delta x_0$ .

Pour une excitation sinusoïdale, le mouvement des particules (5) peut être décrit par une loi semblable à la relation (4) :

$$a(x,t) = a_0 \sin(\omega t - kx) \quad (5)$$

La vitesse de vibration des particules,  $u(x,t)$ , est la dérivée du déplacement par rapport au temps. Dans notre exemple, elle a pour expression :

$$u(x,t) = \partial a(x,t)/\partial t = a_0 \omega \cos(\omega t - kx)$$

ou bien

$$u(x,t) = a_0 \omega \sin(\omega t - kx + \pi/2) \quad (6)$$

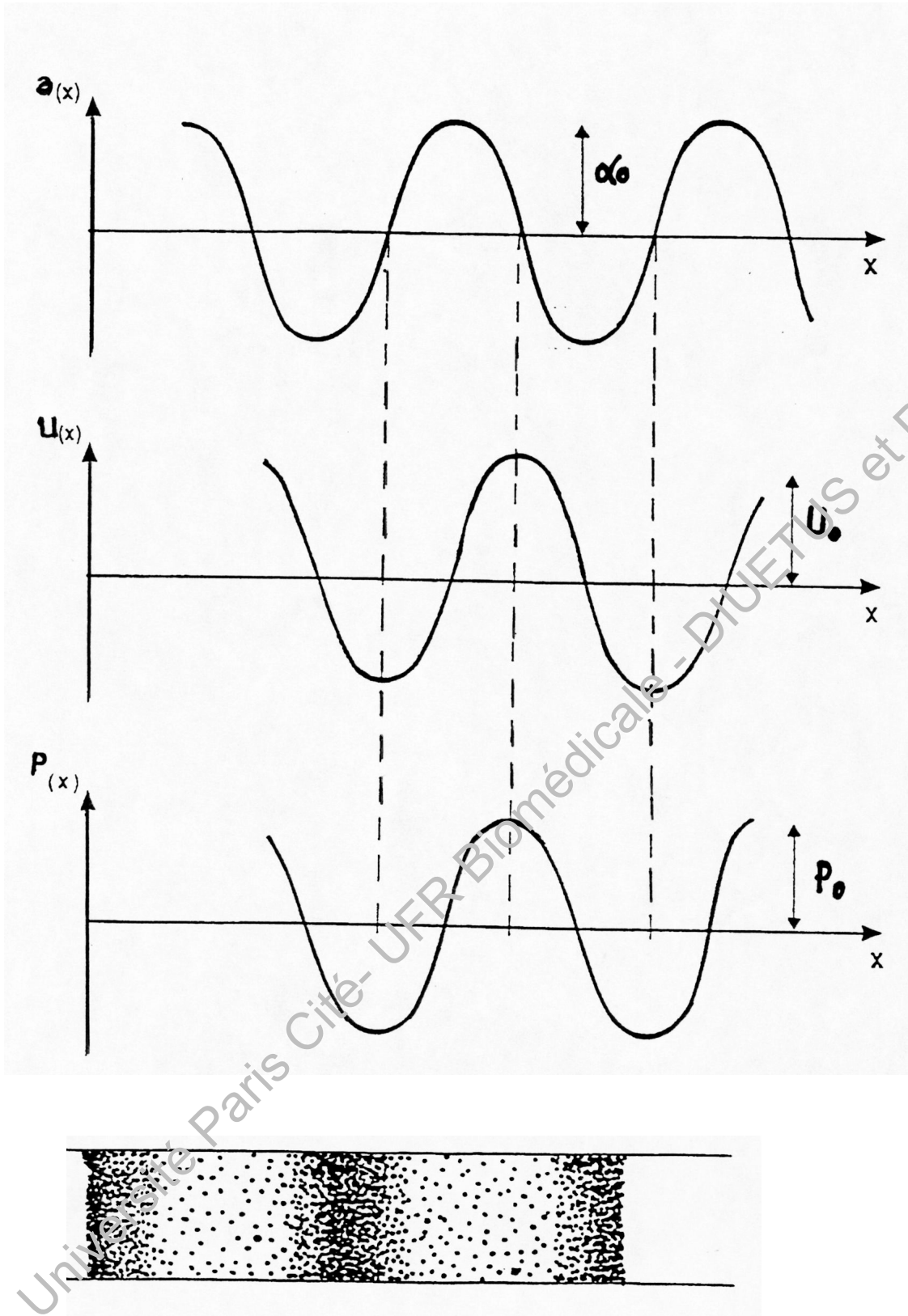
L'accélération des particules,  $g(x,t)$ , est la dérivée de la vitesse par rapport au temps. Dans notre exemple, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} g(x,t) &= \partial^2 a(x,t)/\partial t^2 = \partial u(x,t)/\partial t = -\omega^2 a_0 \sin(\omega t - kx) \\ g(x,t) &= -\omega^2 a(x,t) \end{aligned} \quad (7)$$

#### **Remarque**

La vitesse de déplacement des particules autour de leur position de repos, donnée par la relation (6) ne doit pas être confondue avec la célérité de l'onde. Elle dépend non pas de la nature du milieu, mais de l'excitation du piston : à fréquence fixe, la vitesse des particules élémentaires formant le milieu est proportionnelle à  $a_0$ , donc à  $\Delta x_0$ . A amplitude  $\Delta x_0$  donnée, la vitesse des particules est proportionnelle à la fréquence.

FIGURE 4



La figure 4 représente à un instant  $t$ , dans le tuyau, l'état du déplacement,  $a(x,t)$ , des particules de part et d'autre de leur position moyenne, leur vitesse,  $u(x,t)$ , (déphasée de  $+\pi/2$  par rapport au déplacement), la pression,  $p(x,t)$  (en phase avec la vitesse), et la densité de particules (proportionnelle à la pression).

#### 4. EQUATION DE PROPAGATION

Toutes les notions précédentes sont résumées implicitement dans l'équation de propagation d'une onde dans un milieu non absorbant qui permet de relier la célérité,  $c$ , aux propriétés mécaniques du milieu que sont la densité,  $\rho$ , et le module d'élasticité,  $E$ :

$$c = \sqrt{E/\rho} \quad (9)$$

Ainsi, la célérité d'une onde ultrasonore ne dépend que de la nature du milieu.

Cette équation, appliquée au déplacement,  $a$ , des molécules formant le milieu relie les dérivées secondes du déplacement par rapport à la distance  $\partial a/\partial x$  et au temps  $(\partial a/\partial t)$

$$\partial^2 a/\partial x^2 = (1/c^2)(\partial^2 a/\partial t^2)$$

Elle peut être résolue facilement dans quelques cas simples, en particulier pour l'exemple que nous avons pris (propagation le long d'un tuyau infiniment long, état stationnaire). Une solution est :

$$a(x,t) = a_0 \sin(\omega t - kx) \quad (9)$$

Il serait également possible d'appliquer cette équation de propagation à la pression acoustique  $p(x,t)$ , ou à la vitesse de vibration,  $u(x,t)$ , des molécules du milieu.

La figure 5 résume les valeurs connues de  $c$  pour différents tissus biologiques. Des tentatives jusqu'à présent infructueuses ont été menées pour obtenir des images basées sur les différences de célérité d'un tissu à l'autre. Ce facteur dépend très peu de la fréquence des ultrasons.

Par ailleurs, la pression acoustique,  $p(x,t)$ , et la vitesse de vibration du milieu,  $u(x,t)$ , sont en phase (figure 5) et sont reliées par la relation :

$$p(x,t) = \rho c u(x,t) \quad (10)$$

#### 5. ENERGIE DE L'ONDE ULTRASONORE

Une onde ultrasonore qui se propage transporte de l'énergie. L'énergie  $e$  d'une masse  $m$  qui oscille de part et d'autre d'une position d'équilibre est à chaque instant la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle. En l'absence de frottement,  $e$  est indépendant du temps. Lorsque la vitesse  $u$  est nulle, l'énergie cinétique,  $1/2 mu^2$ , est nulle et l'énergie potentielle maximum. Inversement, lorsque la vitesse passe par son maximum,  $u_0$ , l'énergie cinétique est maximum et l'énergie potentielle est nulle. A chaque instant, l'énergie totale de la particule sera donc

$$e = 1/2 mu_0^2$$

La masse de l'unité de volume étant par définition  $\rho$ , l'énergie contenue dans l'unité de volume sera donc

$$E = 1/2 \rho u_0^2.$$

C'est la densité d'énergie.

L'énergie contenue dans l'onde se propage à la vitesse  $c$ . La quantité totale d'énergie qui traverse l'unité de surface pendant l'unité de temps (que l'on appelle puissance surfacique ou intensité acoustique,  $I$ ) sera l'énergie contenue dans un cylindre, dont la base a la surface unité et dont la hauteur est égale à  $c$ . Il en résulte par définition que  $I = c E$  ou bien

$$I = 1/2 \rho c u_0^2 \quad (11)$$

que l'on peut également mettre sous la forme plus connue suivante :

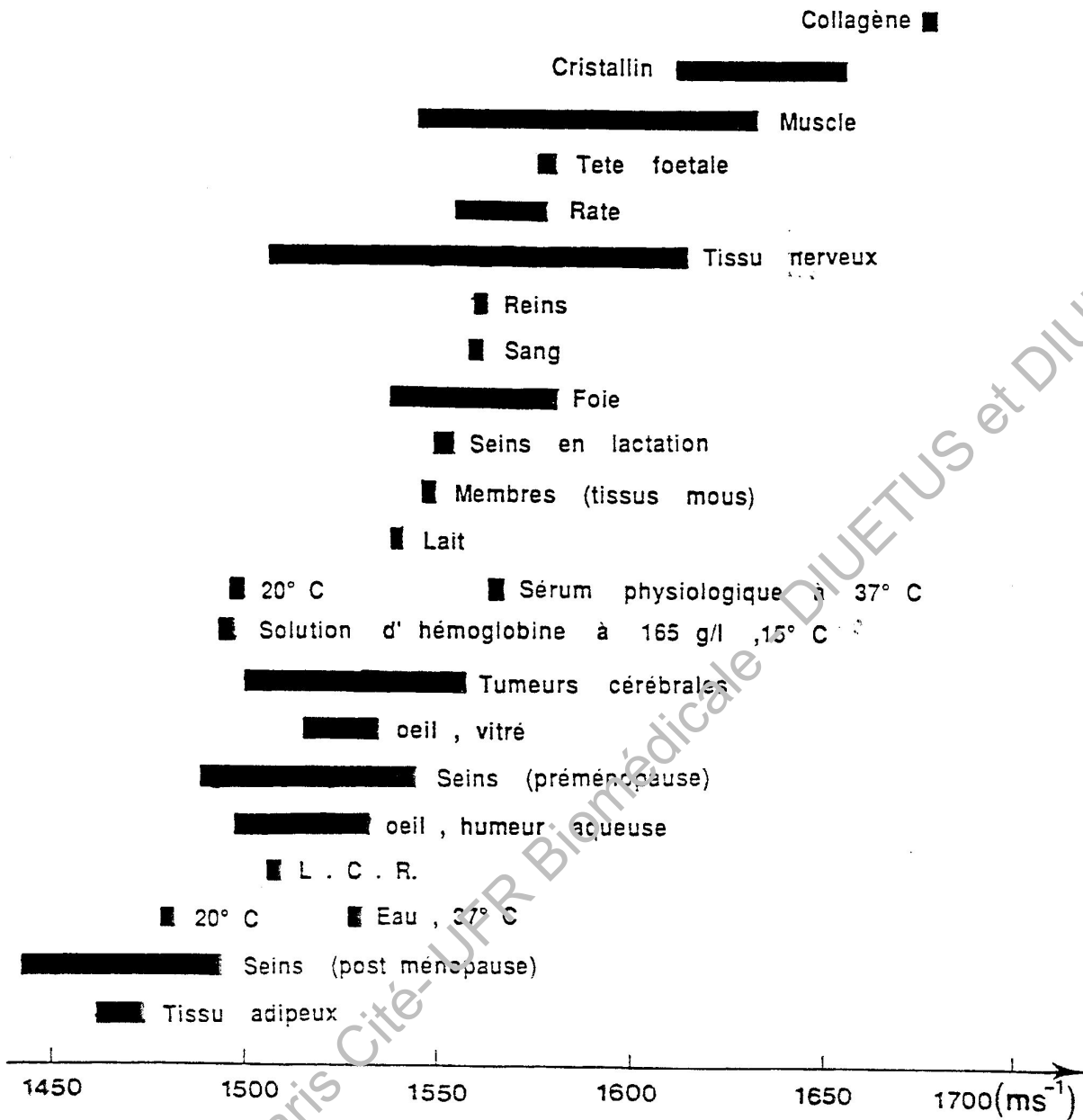
$$I = p_0^2 / 2 \rho c \quad (12)$$

La puissance surfacique est le plus souvent exprimée en watt/cm<sup>2</sup>. La quantité totale d'énergie acoustique,  $J$ , délivrée aux tissus lors d'une irradiation ultrasonore durant un temps  $\Delta t$  est alors :

$$J = I \Delta t$$



FIGURE 5 : célérité des ultrasons dans différents milieux biologiques



Université Paris Cité - UFR Biomédicale - DIUETUS et DIUEA

## 6. NOTION D'IMPEDANCE ACOUSTIQUE

Reprenons la relation (10) :  $p = \rho c u$ . Cette relation est comparable à celle qui existe en électricité entre la différence de potentiel  $V_A - V_B = \Delta V$  entre deux points A et B d'un circuit électrique, et l'intensité  $i$  du courant qui le traverse :  $\Delta V = Z i$ .

	Intensité	I	0,24	cal/sec.cm <sup>2</sup>
	Célérité	c	1500	m/sec
	Longueur d'onde	l	1,5	mm
	Déplacement maximum	a <sub>0</sub>	0,018 mm	(180Å)
	Vitesse maximum	u <sub>0</sub>	12	cm/sec
Accélération maximum	g <sub>0</sub>	71000	g	
Pression acoustique Max	p <sub>0</sub>	1,8	atm	
Pression de radiation sur un obstacle absorbant complètement		0,069	atm	

**Tableau 1**

Caractéristiques physiques d'une onde acoustique plane de 1MHz et 1W/cm<sup>2</sup> se propageant dans de l'eau (d'après WELLS)

La constante de proportionnalité  $Z$  est l'impédance électrique du circuit AB (en courant continu,  $Z$  se ramène à la résistance  $R$  et la relation précédente est la loi d'Ohm bien connue).

Dans la relation (10),  $p$  est analogue à la différence de potentiel  $\Delta V$  et  $u$  au courant  $i$ . Le rapport  $p / u$  définit alors l'impédance acoustique,  $Z$ , du milieu :

$$Z = \rho c \quad (13)$$

L'impédance acoustique est une grandeur caractéristique de la nature du milieu dans lequel se propage l'onde acoustique.

Comme la célérité dépend aussi du milieu par la relation  $c = \sqrt{E / \rho}$ , la relation (13) peut s'écrire :

$$Z = \sqrt{\rho E} \quad (14)$$

Le tableau I-2 donne les valeurs de  $Z$  pour quelques tissus biologiques.

Tissu	Masse spécifique (kg/m <sup>3</sup> ) x 10 <sup>-3</sup>	Impédance caractéristique (kg/m <sup>2</sup> /s) x 10 <sup>-6</sup>
sang	1,06	1,62
squelette	1,38 - 1,81	3,75 - 7,38
cerveau	1,03	1,55 - 1,66
tissu adipeux	0,92	1,35
reins	1,04	1,62
foie	1,06	1,64 - 1,68
poumon	0,40	0,26
muscle	1,07	1,65 - 1,74
rate	1,06	1,65 - 1,67
eau	1,00	1,52

**Tableau I-2**

Masse spécifique et impédance caractéristique des tissus biologiques (d'après WELLS)

### Remarque

La relation (13) n'est valable que pour des ondes acoustiques planes. Dans le cas général (ondes sphériques par exemple), l'impédance acoustique est une grandeur complexe, dont les termes réel et imaginaire dépendent de la distance à la source. Les ondes utilisées en ultrasonographie médicale sont sensiblement planes.

## 7. INTERACTIONS DES ONDES ACOUSTIQUES AVEC LA MATIERE

### 7.1. GÉNÉRALITÉS

Soit une onde acoustique plane se propageant sans affaiblissement dans un milieu matériel 1. Interposons sur le trajet de l'onde un disque de grande surface et de très faible épaisseur. Si le disque est constitué par un milieu 2 dont les propriétés acoustiques sont identiques au milieu de propagation, le détecteur reçoit la même intensité que celle contenue dans l'onde incidente.

Si les milieux de propagation et du disque diffèrent, l'intensité donnée par le détecteur diminue en général. En effet, l'intensité qui arrive en A est plus faible que  $I_0$ . On dit alors que le faisceau acoustique présente une atténuation.

Différents mécanismes sont à l'origine de l'atténuation :

- les réflexions au niveau des différentes interfaces
- la diffusion par le milieu 2
- l'absorption par le milieu 2

Le premier mécanisme ne dépend pas de l'épaisseur de l'écran, mais seulement des impédances acoustiques des milieux 1 et 2. Il est à la base de l'échographie et de la visualisation du contour des organes. Pour que l'onde ultrasonore pénètre dans l'organisme, il faut réduire au maximum les réflexions entre le transducteur et la peau du sujet, d'où l'emploi de différents dispositifs tels que les gelées, les cuves à eau, etc ... . Les deux autres mécanismes dépendent de l'épaisseur et de la nature de l'écran. Ce sont surtout eux qui rendent compte de l'atténuation des ondes ultrasonores dans les tissus biologiques.

*Examinons l'atténuation créée par un disque d'épaisseur  $l$  (figure 6a) due au seul mécanisme d'absorption. Dans une tranche élémentaire d'épaisseur  $\Delta x$  et d'abscisse  $x$ , les particules du milieu absorbent une certaine fraction de l'énergie incidente qui, pour cette tranche, a la valeur  $I(x)$ . L'intensité  $I(x)$  est inférieure à  $I(0)$  en raison de l'absorption qui a déjà eu lieu pour toutes les tranches élémentaires situées entre  $x_0$  et  $x$ . La diminution de l'intensité,  $-dI$ , est proportionnelle à  $I(x)$ . Si par exemple la tranche absorbe 1% de  $I(x)$  et si  $I(x)$  est égale à  $0,1 \text{ w/cm}^2$ , l'énergie qui manquera dans le faisceau sera de  $1 \text{ mW/cm}^2$ .*

*Par ailleurs, l'absorption est d'autant plus importante qu'il existe davantage de particules absorbantes dans la tranche  $dx$ . Le milieu étant supposé homogène, et comme on raisonne par unité de surface, le nombre de particules participant à l'atténuation ne dépend que de l'épaisseur  $dx$  de la tranche.*

*On peut résumer ces constatations ainsi :*

$$-dI = \mu I(x) dx$$

*où  $\mu$  est une constante de proportionnalité appelé coefficient linéaire d'atténuation.*

*Cette équation différentielle se résout facilement pour donner comme solution*

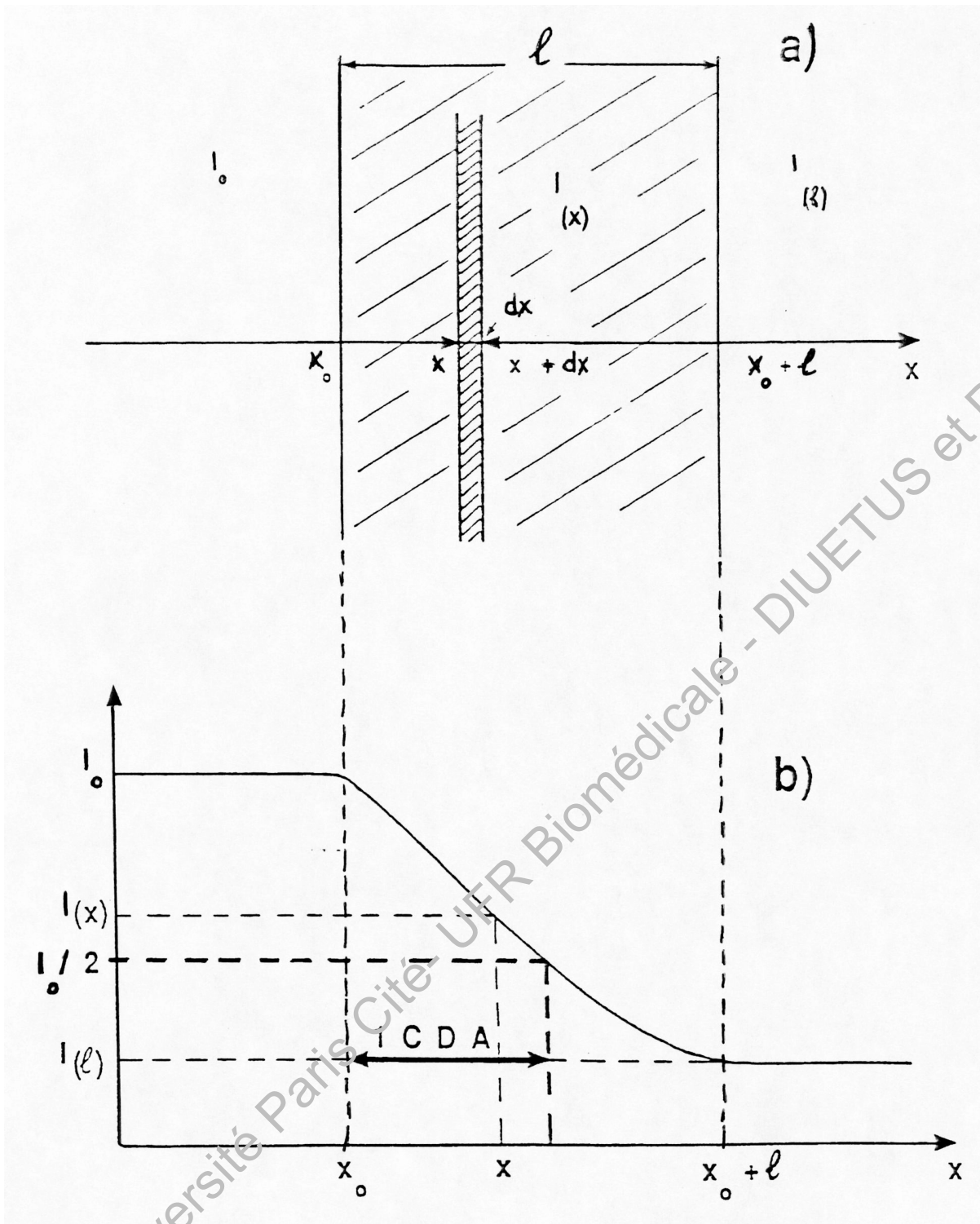
$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$$

*qui indique que l'intensité dans le milieu absorbant décroît d'une façon exponentielle avec la distance parcourue.*

Pour un milieu d'épaisseur  $l$ , l'intensité transmise  $I_t$  à la sortie du milieu est donnée par :

$$I_t = I(l) = I_0 \exp(-\mu l) \quad (15)$$

FIGURE 6



La figure 6b représente les variations de l'intensité en fonction de  $x$ . Le rapport  $I/I_0 = \exp(-\mu l)$  mesure l'atténuation du faisceau résultant du seul mécanisme d'absorption.

**Remarque**

Si le milieu présente de nombreuses hétérogénéités macroscopiques (milieu "échogène") et si les mécanismes de diffusion ne sont pas négligeables, la loi exponentielle simple ne s'applique plus directement.

## 7.2. EXPRESSION DE L'ATTÉNUATION D'UN FAISCEAU ULTRASONORE. PROFONDEUR DE PÉNÉTRATION.

Plaçons-nous dans le cas d'une onde plane qui traverse un milieu absorbant, sensiblement homogène. On pourra alors utiliser la relation (15) pour calculer l'atténuation du faisceau.

Dans la plupart des problèmes d'atténuation, on est amené à comparer deux intensités (par exemple,  $I_0$  et  $I_t$ ). C'est pour cela que l'on utilise le rapport  $I_0/I_t$ . Comme ce rapport peut varier dans de très grandes proportions. On a pris l'habitude d'utiliser des unités logarithmiques.

On caractérise aussi le pouvoir atténuant du milieu par son coefficient d'atténuation  $\alpha$  exprimé en decibel par centimètres parcourus et défini de la façon suivante :

$$\alpha = 10 \log(I_0/I_t)$$

Prenons un exemple :  $I_0 = 10^{-2}$  watt/cm<sup>2</sup>,  $I_t = 10^{-4}$  watt/cm<sup>2</sup>. Le faisceau a subi une atténuation de  $10 \log 100$  decibels, soit 20 dB.

Il existe une relation simple entre le coefficient d'atténuation linéaire,  $\mu$ , et le coefficient d'atténuation  $\alpha$  :

$$\alpha = 10 \mu/2,3$$

L'intérêt d'utiliser  $\alpha$  est le suivant. Quand une onde traverse successivement les milieux 1, 2, 3 ... où l'atténuation est  $y_1, y_2, y_3 \dots$  dB, l'atténuation totale s'obtient simplement par l'addition  $y_1 + y_2 + y_3 + \dots$ . Cela ne serait pas le cas si l'atténuation n'était pas exprimée par une unité logarithmique.

Exemple : un faisceau ultrasonore d'intensité  $I_0 = 1$  watt/cm<sup>2</sup> traverse 2 cm de téguments où  $\alpha_1 = 1$  dB/cm, puis 7 cm de tissu hépatique où  $\alpha_2 = 2$  dB/cm. Quelle est l'intensité de l'onde après traversée du foie ? L'atténuation totale est  $(2 \times 1) + (7 \times 2) = 16$  dB ; d'après le tableau 3, on voit que  $I_0/I_t = 39,81 \approx 40$  pour 16 dB, donc  $I_t \approx 1/40$  watt/cm<sup>2</sup>.

Le coefficient  $\alpha$  définit le pouvoir de pénétration du faisceau ultrasonore ; plus  $\alpha$  est petit, plus la pénétration est grande. De plus,  $\alpha$  augmente rapidement avec la fréquence, c'est pourquoi les explorations à haute fréquence (au delà de 4 MHz environ) sont réservées aux organes superficiels (oeil, thyroïde, seins ...).

Le coefficient d'atténuation croît avec la fréquence des ultrasons de la façon suivante :

$$\alpha = kf^\beta$$

où  $\beta$  est compris entre 1 et 2 selon les tissus absorbants. Pour l'eau,  $\beta = 2$ . En général, pour les tissus mous,  $\beta = 1$ . La figure 7 présente les variations de  $\alpha/f$  en fonction de  $f$ . On remarque que pour la plupart des tissus,  $\alpha/f$  est indépendant de  $f$ .

### Remarques

**a)** La relation (15) indique qu'un faisceau ultrasonore n'est jamais complètement atténué par un milieu absorbant (en l'absence de réflexions, évidemment). En pratique, pour une puissance d'émission donnée, l'intensité d'un faisceau à une profondeur donnée pourra être suffisamment atténuée de sorte que les échos provenant de cette région auront une amplitude insuffisante pour le système de détection utilisé. La notion de pouvoir de pénétration utile est donc relative à la puissance de l'émission et à la sensibilité du récepteur.

**b)** Dans la littérature, on utilise parfois  $\alpha$  à la place de  $\mu$ . Aucune confusion sur la signification de ces symboles ne peut être faite si l'on se souvient que le coefficient qui intervient dans la relation (15) s'exprime en cm<sup>-1</sup>, alors que tout symbole utilisé à la place de  $\alpha$  s'exprime en dB/cm. L'atténuation d'un faisceau s'exprime en dB et le coefficient d'atténuation en dB/cm.

## 7.3. RÉFLEXION DES ONDES ACOUSTIQUES

Une onde acoustique qui traverse avec un angle d'incidence  $\alpha_i$  la surface, S, séparant deux milieux 1 et 2, donne naissance, au niveau de l'interface, à une onde réfléchie et à une onde transmise. Il faut pour cela que S soit beaucoup plus grande que la longueur d'onde,  $\lambda$ . Dans ces conditions, les directions de propagation de ces ondes font les angles  $\alpha_r$  et  $\alpha_t$  avec la normale à l'interface (figure 8).

Comme pour l'optique géométrique, ces angles sont reliés entre eux par les relations de DESCARTES :

$$\alpha_t = \alpha_r \quad \text{et} \quad \sin \alpha_i / \sin \alpha_t = c_1/c_2 \quad (16)$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont les célérités de l'onde dans les milieux 1 et 2.

La réfraction d'une onde est le phénomène par lequel la direction de propagation d'une onde est modifiée lorsqu'elle traverse une interface séparant deux milieux différents sous une incidence quelconque. Mais lorsque l'onde atteint la surface de séparation perpendiculairement ( $\alpha_i = 0$ ), la transmission se fait dans la même direction ( $\alpha_t = 0$ ).

Exemple numérique : Une onde acoustique se propage dans de l'eau ( $c_1 = 1500$  m/sec) et atteint une plaque métallique ( $c_2 = 5000$  m/sec) avec un angle d'incidence  $\alpha_i = 10^\circ$ . Le faisceau transmis fera un angle tel que d'après (16)  $\sin \alpha_t = (5000/1500) = 0,58$ . Cette valeur de sinus correspond à un angle de  $35^\circ$ . La réfraction par les surfaces courbes permet de fabriquer des lentilles acoustiques (souvent en "Altuglas") qui sont utilisées, par exemple pour focaliser les faisceaux ultrasonores.

En pratique échographique, le phénomène de réfraction est généralement négligeable ( $\alpha_i \approx \alpha_t$ ) car les différences de célérité d'un tissu à l'autre sont faibles et les incidences utilisées toujours voisines de la normale ( $\alpha = 0$ ).

L'énergie du faisceau incident ne se répartit pas entre les faisceaux réfléchis et transmis de façon quelconque. Soit  $I_i, I_r, I_t$  les intensités des faisceaux incident, réfléchi et transmis et soit  $p_i, p_r, p_t$  les amplitudes de la pression acoustique des faisceaux incident, réfléchi et transmis. On définit les coefficients ( $r$  et  $t$ ) et les facteurs ( $R$  et  $T$ ) de réflexion et de transmission par les rapports suivants :

$$\begin{aligned} r &= P_r/P_i & t &= P_t/P_i \\ R &= I_r/I_i & T &= I_t/I_i \end{aligned}$$

La valeur de ces rapports peut être prédite théoriquement pour des ondes planes en incidence quelconque. Les facteurs de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} R &= \left[ (Z_2 \cos \alpha_i - Z_1 \cos \alpha_t) / (Z_2 \cos \alpha_i + Z_1 \cos \alpha_t) \right]^2 \\ T &= (4 Z_1 Z_2 \cos \alpha_i \cos \alpha_t) / (Z_2 \cos \alpha_i + Z_1 \cos \alpha_t)^2 \end{aligned}$$

L'énergie réfléchie pour un interface acoustique dépend fortement de l'angle d'incidence du faisceau. Elle est maximum pour l'incidence normale et décroît très rapidement dès que le faisceau devient oblique. En conséquence, ne seront visualisés sur les échographies que les éléments de surface pour lesquels l'opérateur a utilisé un angle d'incidence voisin de zéro.

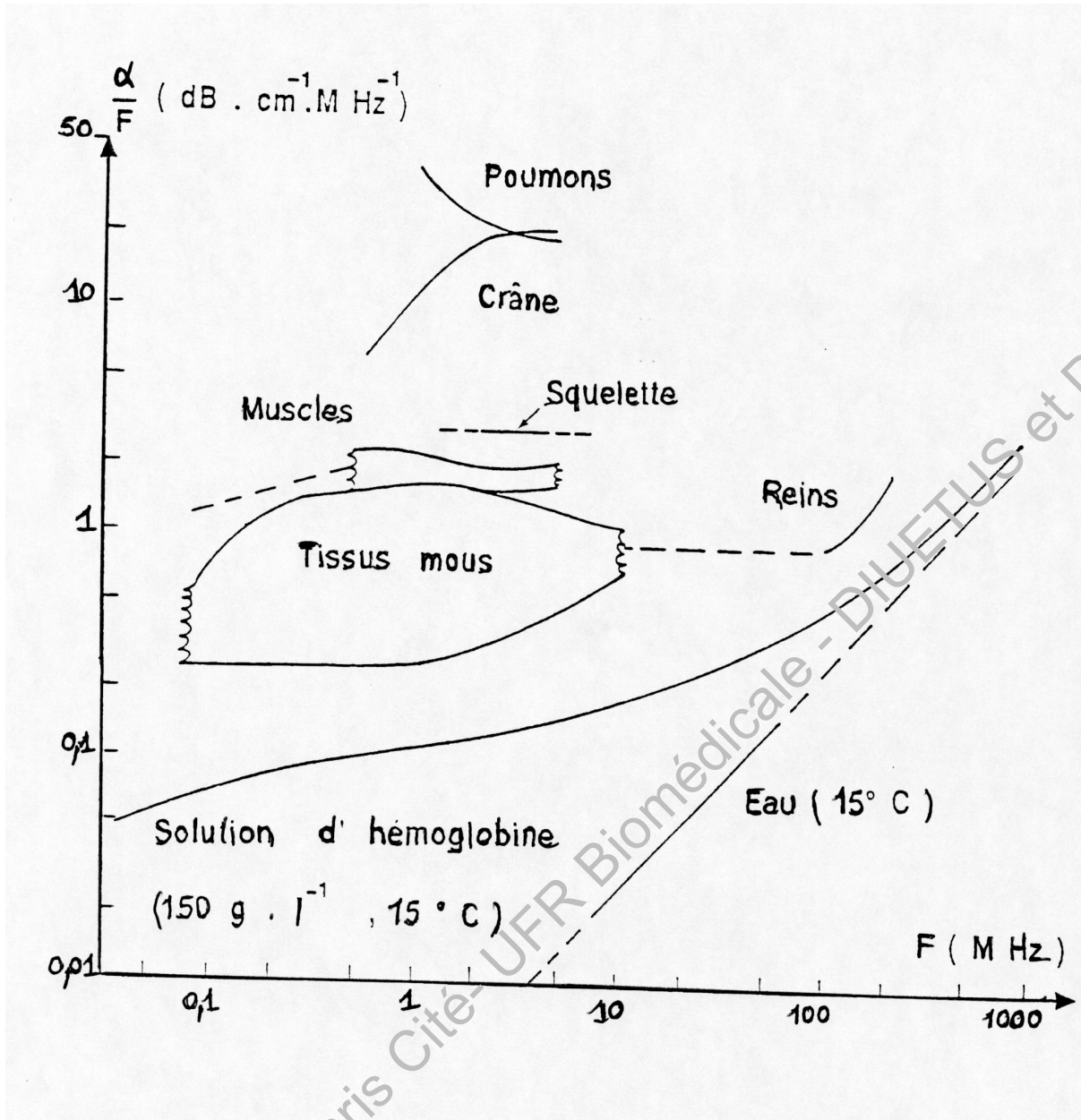
En incidence normale, les relations précédentes se simplifient et donnent :

$$\mathbf{R_n} = \left[ (Z_2 - Z_1) / (Z_2 + Z_1) \right]^2; \mathbf{T_n} = (4 Z_1 Z_2) / (Z_2 + Z_1)^2 \quad (17)$$

L'examen de ces expressions montre que l'intensité réfléchie par une interface est d'autant plus importante que les deux milieux en contact ont des impédances acoustiques différentes. Comme on a nécessairement  $R + T = 1$ , la transmission à travers une interface est maximum lorsque les impédances acoustiques sont égales ( $R = 0$ ).

Comme nous l'avons vu, la célérité du son ne varie pratiquement pas avec la fréquence. Il en est de même pour l'impédance acoustique : les facteurs de réflexion des différentes interfaces rencontrées en pratique médicale pourront donc être considérés comme indépendants de la fréquence utilisée.

FIGURE 7 : Variation de  $\alpha / F$  en fonction de la fréquence F des ultrasons



Université Paris Cité - UFR Biomédicale - DIJETUS et DIUEA

La relation (17) permet d'estimer facilement l'intensité réfléchie par une interface. Prenons l'exemple des trois interfaces suivantes eau / air, eau / os et tissu rénal / graisse périrénale. Les impédances acoustiques sont :

$$\begin{aligned} Z_{\text{air}} &= 4 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^2\text{s}; & Z_{\text{eau}} &= 1,5 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s}; & Z_{\text{os}} &= 5 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s} \\ Z_{\text{parenchyme rénal}} &= 1,62 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s}; & Z_{\text{graisse périrénale}} &= 1,38 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2\text{s} \end{aligned}$$

### 1. Interface eau / air

On trouve :  $R_n = 0,999$ ;  $T_n = 0,001$

Seulement 1 % de l'énergie ultrasonore passe, la plus grande partie étant réfléchie par l'interface.

Comme l'impédance acoustique des tissus biologiques est du même ordre de grandeur que celle de l'eau, l'application numérique précédente indique qu'en pratique échographique, l'énergie ultrasonore transmise à travers cette interface ( $T = 0,001$ ) est très faible. Il est alors indispensable d'éviter tout film d'air entre la sonde et les téguments. C'est pour cela qu'on utilise un gel, dont l'impédance acoustique est voisine de celle des milieux biologiques, et qui assure le rôle de joint acoustique entre la sonde et les téguments. De plus, la valeur très élevée du facteur de réflexion air/eau ( $R = 0,999$ ) explique pourquoi tous les organes remplis d'air (tube digestif, poumons) forment un écran pratiquement impénétrable aux ultra-sons.

### 2. Interface eau / os

On trouve :  $R_n = 0,30$ ;  $T_n = 0,70$

Ces valeurs expliquent pourquoi, d'une part, la paroi antérieure d'une structure osseuse est très réfléchissante et, d'autre part, l'énergie transmise en arrière de cette structure osseuse est relativement faible et entraîne la formation d'une ombre acoustique.

### 3. Tissu rénal / Graisse périrénale

On trouve :  $R_n = 0,01$ ;  $T_n = 0,99$

Ainsi, seulement 1 % de l'intensité incidente est réfléchie et 99 % transmise. Cela explique que l'amplitude des échos reçus par réflexion soit en général très faible. Maintenant, il faut bien être conscient que ce sont ces interfaces que l'on veut détecter en échographie. En effet, si un facteur de réflexion faible peut être un inconvénient car difficile à détecter, l'avantage est que l'interface possède un facteur de transmission élevé et laisse ainsi passer suffisamment d'énergie pour que de nouvelles structures situées plus en profondeur puissent subir le phénomène de réflexion et ainsi être détectées.

## 7.4. DIFFUSION

Considérons une sphère élastique de rayon  $R$ , de masse volumique  $\rho_2$  et de module d'élasticité  $E_2$ , placée dans un milieu homogène, infini, de masse volumique  $\rho_1$  et de module d'élasticité  $E_1$ . Une onde acoustique plane d'intensité  $I_0$  et de fréquence  $F$  ( $F = c_1/\lambda$ ) se propage en direction de l'obstacle.

Le faisceau interagit avec la sphère de façons différentes selon la valeur de son rayon, petit ou grand, devant la longueur d'onde. Si  $R \gg \lambda$ , la sphère réfléchit les ondes ultrasonores et nous sommes dans le cas de la réflexion comme précédemment. Si  $R \ll \lambda$ , nous sommes dans le cas de la diffusion. La sphère, d'une part, se comprime et se dilate et, d'autre part, oscille dans le faisceau d'ultrasons. On peut montrer qu'elle se comporte alors comme une source secondaire qui réémet une petite fraction de l'énergie acoustique incidente dans toutes les directions de l'espace selon, à la fois, un mode pulsatoire et un mode oscillant. Les ondes diffusées ont la même fréquence que l'onde incidente. L'intensité diffusée selon une direction  $\beta$  par rapport à celle du faisceau incident (figure 9) est donnée par la loi de Rayleigh :

$$I_D = I_0 F(\beta) R^6 / \lambda^4 \quad (18)$$

$F(\beta)$  est une fonction de l'angle  $\beta$  ainsi que les masses spécifiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , et les célérités  $c_1$  et  $c_2$ .



FIGURE 8

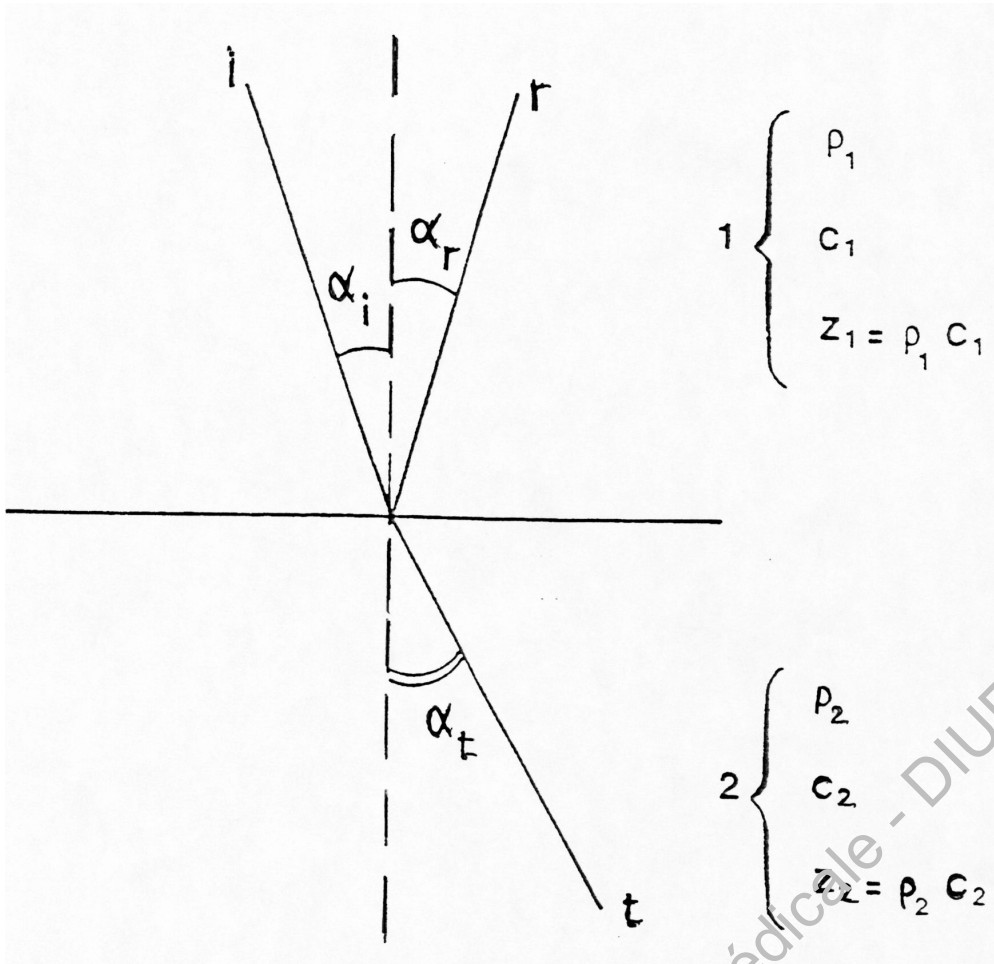
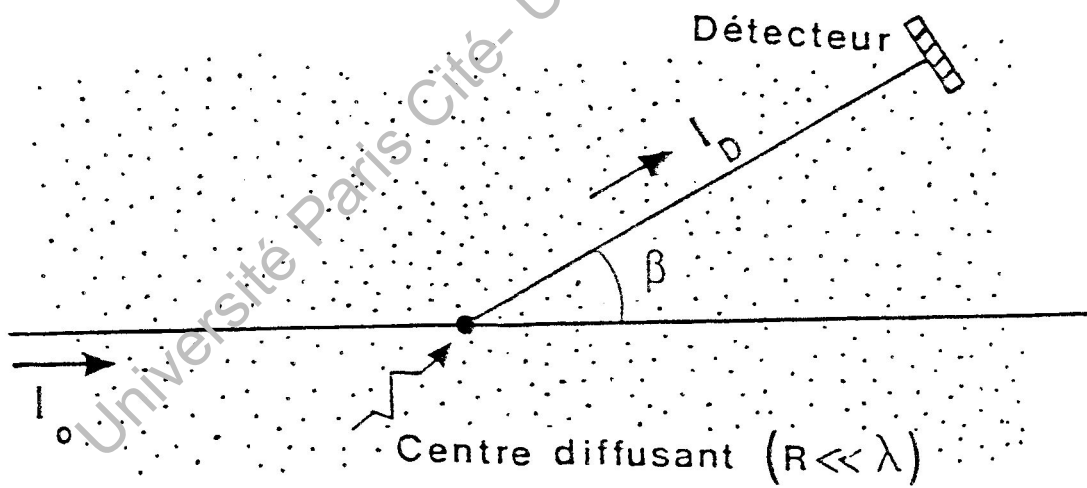


FIGURE 9



La diffusion vers l'arrière ( $\beta \approx 180^\circ$ ) s'appelle la rétrodiffusion. La loi de Rayleigh indique que la diffusion augmente très rapidement lorsque  $\lambda$  diminue. En effet, l'intensité diffusée, donnée par la relation (18), croît avec la puissance 4ème de la fréquence des ultrasons ( $F = c/\lambda$ ). Si la fréquence est multipliée par 2,  $I_D$  est multipliée par 16.

En échographie, la fraction rétrodiffusée par un petit obstacle peut être à l'origine d'une image. La géométrie de celle-ci dépend beaucoup plus des caractéristiques du faisceau et de l'électronique associée que des dimensions et de la forme de l'obstacle. On peut donc déceler la présence d'objets fortement diffusants, bien que leurs dimensions soient inférieures à la longueur d'onde, mais il sera impossible d'en connaître précisément leur forme.

Les centres diffusants rencontrés en médecine sont essentiellement les globules rouges et leurs agrégats, les microvaisseaux et les petits amas cellulaires ou agrégats cellulaires formant la structure interne des tissus.

### Remarque

Si on considère à nouveau un obstacle grand devant la longueur d'onde, on a vu qu'il était à l'origine d'une réflexion mais cela n'est vrai que si sa surface est lisse. Dans le cas d'une surface rugueuse, chaque irrégularité se comporte comme un centre diffuseur et diffuse les ultrasons dans toutes les directions de l'espace, et en particulier vers la sonde.

### 7.5. ABSORPTION

Plaçons un milieu biologique dans un faisceau ultrasonore parallèle et examinons les échanges d'énergie dans un petit volume  $dV$  constitué par une petite tranche d'épaisseur  $dx$  et de surface  $S$  où l'intensité acoustique est  $I_x$  (figure 6). Si une partie de l'énergie ultrasonore  $y$  est convertie en chaleur, on dira que l'élément absorbe cette énergie. Les mécanismes d'absorption par les milieux biologiques sont nombreux et pas toujours bien connus. Néanmoins, et en supposant que l'atténuation par réflexion et diffusion soit négligeable, l'absorption sera décrite par la relation (15), où  $\mu$  est alors un coefficient d'absorption. Comme l'énergie perdue par le faisceau est entièrement absorbée par  $dV$ , on peut évaluer l'augmentation de température. Pour cela, on peut écrire la relation suivante, donnant la fraction d'intensité transformée en énergie absorbée :

$$dI = \mu I \cdot dx$$

Le produit  $S \cdot dI = dE/dt$  donne l'énergie absorbée par la tranche, par unité de temps. L'énergie absorbée par unité de volume et par unité de temps est donc :  $(dE/dV \cdot dt) = (S \cdot dI/dV) = dI/dx$  (car  $dV = S dx$ ). Puisque  $dI/dx = \mu I(x)$ , on a :

$$dE/dV \cdot dt = \mu I(x) \quad (19)$$

Par ailleurs, l'énergie absorbée est convertie en chaleur et élève la température de  $\Delta T$  donnée par :

$$dE/dV \text{ (Joule/cm}^3\text{)} = \rho C_m \Delta T \cdot 4,18 \text{ (calorie/cm}^3\text{)} \quad (20)$$

où  $C_m$  est la chaleur spécifique du milieu absorbant.

En rapprochant les relations (19) et (20), on constate donc que la température  $T$  s'élève à la vitesse :

$$dT/dt = \mu I(x) / 4,18 \rho C_m = (2,3 \alpha I / 4,18 \rho C_m)$$

#### Application numérique

1. Le produit  $\rho C_m$  est environ 1; 2. on exprime  $\alpha$  en  $\text{dB cm}^{-1}$ . La relation précédente est alors applicable facilement :

$$dT/dt \text{ (}^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{-1}\text{)} = 0,05 \alpha I \text{ (dB cm}^{-1} \times \text{watt cm}^{-2}\text{)} \quad (20)$$

Un tissu biologique dont le coefficient d'atténuation est  $0,5 \text{ dB/cm}$ , irradié par un faisceau de puissance  $2 \text{ watt/cm}^2$  pendant 1 minute, voit sa température s'élever d'environ  $\Delta T = 0,05 \times 2 \times 0,5 \times 60 = 3^\circ\text{C}$

Ceci n'est qu'un calcul très simplifié. En effet, même si le flux de chaleur est constant, l'élévation de température ne se fera pas nécessairement à la vitesse donnée par la relation (21) car il existe

des pertes de chaleur notamment du fait de la circulation sanguine.

Plusieurs mécanismes d'absorption sont possibles

a) Absorption par relaxation

Le premier qui est le mieux connu est une conséquence de la viscosité du milieu. On peut trouver théoriquement la relation suivante entre le coefficient d'atténuation  $\mu$  (en amplitude) et la viscosité  $\eta$  du milieu :

$$\mu = 2\eta\omega^2 / 3\rho c^3 \quad (22)$$

Le coefficient de viscosité  $\eta$  utilisé dans cette relation est en fait la somme de deux coefficients correspondant respectivement aux contraintes de cisaillement et aux contraintes normales (compression-élongation) que subit le milieu.

La relation (22) indique que l'absorption par viscosité augmente avec le carré de la fréquence. Cela est effectivement le cas pour les liquides et les solutions diluées dans la gamme de fréquence qui nous intéresse (cf. figure 17). Pour les solutions concentrées et les milieux biologiques, la relation entre  $\mu$  et  $F$  est très différente et plus compliquée. Par ailleurs, à une fréquence donnée, l'absorption des ultrasons est beaucoup plus grande dans un tissu biologique que pour un liquide simple. Le caractère non-newtonien de la viscosité présenté par ces milieux peut expliquer une partie de la différence. Mais cela est insuffisant et il faut faire intervenir d'autres mécanismes d'absorption que le simple frottement visqueux.

b) Absorption par relaxation chimique

Observons un milieu complexe chimique (mélange d'eau, d'électrolytes, de protéines, de particules élémentaires etc...) en équilibre. L'équilibre signifie que toute propriété, par exemple la composition, reste identique à elle-même pendant une durée très grande devant la durée d'observation. En réalité, le plus souvent, il s'agit d'un équilibre dynamique : bien que la composition moyenne du milieu reste constante, de nombreux composants sont détruits en permanence et reformés ailleurs. De la sorte, l'équilibre résulte de l'égalité des vitesses de destruction et de formation des composants.

Examinons à titre d'exemple le cas d'un acide faible de formule AH, qui se dissocie en solution selon la réaction  $AH \rightarrow A^- + H^+$ . Quand on soumet la solution à une onde acoustique, c'est à dire à des variations de pression alternativement positives et négatives, l'équilibre de la réaction se déplace alternativement dans le sens puis dans l'autre. Cet équilibre est soumis à la loi d'action de masse :

$$A^-H^+/AH = K$$

K étant la constante de la loi d'action de masse qui dépend de la pression et de la température du milieu.

Ces perturbations alternatives de l'équilibre ne peuvent pas se faire avec une vitesse infiniment grande. En conséquence, si la fréquence de l'onde acoustique augmente suffisamment, on atteindra un domaine où la réaction n'a plus le temps d'évoluer en phase avec la perturbation de pression. On peut montrer que ce déphasage se traduit par une absorption de l'énergie acoustique. De tels mécanismes entraînent ce qui est convenu d'appeler une "absorption par relaxation" chimique.

c) Autres mécanismes d'absorption

Il existe de nombreux autres mécanismes provenant en particulier des phénomènes de cavitation et de micro-écoulements. Ces phénomènes sont importants pour expliquer d'éventuels effets non-thermiques des ultrasons. Cependant, leur contribution à l'atténuation globale d'un faisceau reste faible.

---